

Inhalt

Für die Hand des Lehrers:

Anmerkungen zur Thematik.....	1
Anmerkungen zur Methodik	1
Anmerkungen zur DOMINO-Methode.....	2
Zeitplan.....	2
Lösung.....	2
Bezug zum Kernlehrplan.....	2
Bildschirmabdruck Dynageo gleichschenkliges Dreieck, Heuristik.....	3
Bildschirmabdruck Dynageo nichtgleichschenkliges Dreieck, Heuristik.....	4

Für die Hand des Schülers:

Schülerarbeitsblatt Information.....	5
Schülerarbeitsblatt Domino-Steine 1-4	6
Schülerarbeitsblatt Domino-Steine 5-8	7

Anmerkungen zur Thematik

Die Idee der Optimierung ist eine zentrale Idee der Mathematik. Sie ist daher an sich schon wert, im Unterricht präsentiert zu werden.

Die Lage der einbeschriebenen Rechtecke kann verändert werden. Zunächst liegen sie im rechten Winkel; man kann sie auf die Hypotenuse legen (Lösung ist etwas schwieriger); man kann sie frei in das Dreieck legen (Lösung ist ziemlich schwierig).

Satz 1:

Das einem gleichschenkligen rechtwinkligen Dreieck im rechten Winkel einbeschriebene Rechteck hat maximale Fläche, wenn es ein Quadrat ist.

Satz 2:

Das einem rechtwinkligen Dreieck im rechten Winkel einbeschriebene Rechteck hat maximale Fläche, wenn die anderen Ecken auf den Seitenmitten liegen.

Anmerkungen zur Methodik

Um den Schülern den Einstieg in die Problemlage zu erleichtern, kann man die DYNAGEO-Datei **Recht-in-Drei.Geo** am Computer bearbeiten lassen. Sie motiviert das Entdecken der Sätze, nicht der Beweise.

Satz 1 kann mit dem Satz von den umfangsgleichen Rechtecken bewiesen werden. Satz 2 ist eine Verallgemeinerung des Satzes 1. Umfangsgleichheit ist hier nicht mehr gegeben.

Die Schüler sollen den Satz 2 beweisen. Die dazu notwendige Hilfe erhalten sie durch die DOMINO-Steine.

Der Beweisgang ist eigentlich gelenkt; aber wegen der fehlenden Anordnung sind die Schüler zur Strukturierung gezwungen. Sie argumentieren und sie rechtfertigen jeden Schritt in Teamarbeit.

Die Steine 2 und 4 verlangen umfangreichere Begründungen.

Möglicherweise brauchen die Schüler mehr Zeit, als in der unten stehenden Planung vorgesehen. Die Sequenz lässt sich in zwei Unterrichtsstunden behandeln.

Die Aufgabe dürfte Ende der Klasse 8 bis Anfang der Klasse 9 einsetzbar sein.

Anmerkungen zur DOMINO-Methode

- Man teilt die Lerngruppe in 4 Kleingruppen
- In Teamarbeit soll der Inhalt jedes DOMINO-Steines erarbeitet werden; anschließend sollen die einzelnen DOMINO-Steine in eine nachvollziehbare, das heißt begründbare Reihenfolge gebracht werden. Sie liefert den kompletten Beweis.
- In jeder Gruppe werden zwei Sprecher bestimmt, die die Erkenntnisse dem Plenum vortragen. Nachfragen können mit Hilfe der Experten beantwortet werden.

Zeitplan für 90 Minuten		
dynageo am Computer	20 Minuten	Heuristik
Gruppenarbeit	3 Minuten	Vorstellen der Domino-Methode
	20 Minuten	ordnen
2.Stunde	3 Minuten	wiederholende Klärung
	2 Minuten	Fragen
	10 Minuten	ordnen, fixieren
	10 Minuten	Vortrag
	2 Minuten	Fragen
	10 Minuten	Vortrag
	2 Minuten	Fragen

Es wird angestrebt, dass jeder Schüler die einzelne Bausteine der Argumentation, die DOMINO-Steine versteht. Sie sind zum Teil unabhängig voneinander zu bearbeiten. Sie enthalten im einzelnen wertvolle Grundgedanken der Flächenverwandlung.

Der rote Faden, die Verbindung zwischen den DOMINO-Steinen sollte von zwei Schülern je eines Teams zweimal dem Plenum präsentiert werden.

Lösung

Die richtige Reihenfolge ist 1, 2, 4, 5, 3, 8, 6, 7

Bezug zum Kernlehrplan

Folgende allgemeine Kompetenzbereiche werden berührt:

Argumentieren und Kommunizieren,
hier besonders Erläutern, Präsentieren und Bewerten
Problemlösen,
hier besonders Überprüfen, Zerlegen und Bewerten
Werkzeuge und Medien

Fachbezogene Kompetenzen sind den Bereichen

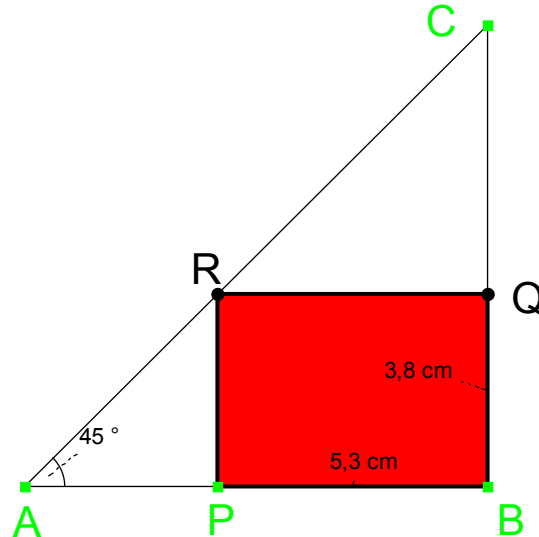
Algebra: Termumformung, Vergleichen
Geometrie: Umfang und Fläche, Vergrößern und Ähnlichkeit

zuzuordnen.

Bildschirmabdruck der Datei **Recht-in-Drei.Geo**

1.Fall: gleichschenkliges Dreieck

Einem Dreieck wird ein Rechteck einbeschrieben.
Welches Rechteck hat maximale Fläche?

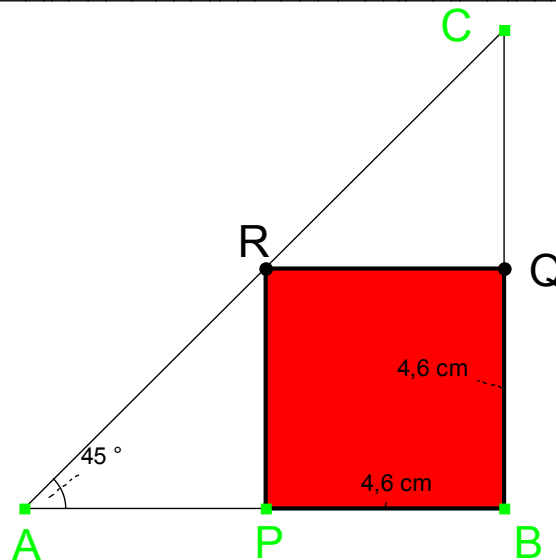


An den Punkten A, B, C kann man das Dreieck verändern.
Mit P ändert man das Rechteck.
Beobachte zunächst ein gleichschenkliges Dreieck.(45°)
Dann verallgemeinere.
Notiere deine Beobachtungen.

FLÄCHE
20,3

Quadrat optimal?

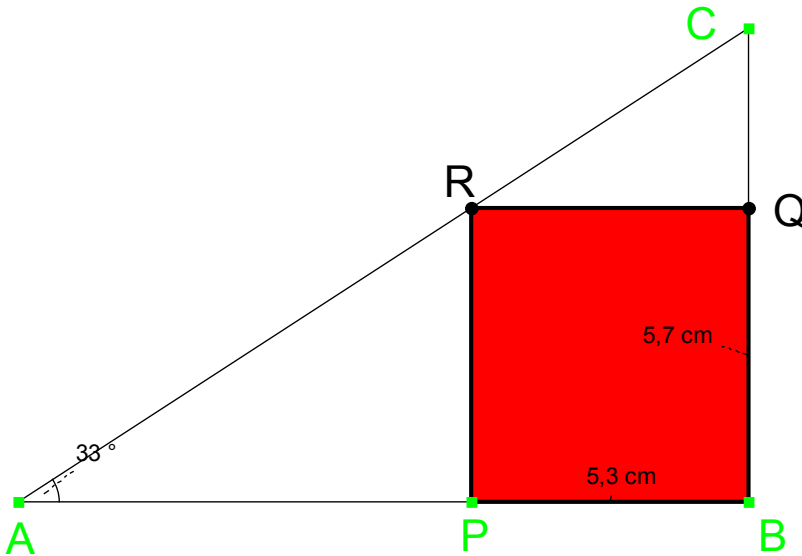
Einem Dreieck wird ein Rechteck einbeschrieben.
Welches Rechteck hat maximale Fläche?



An den Punkten A, B, C kann man das Dreieck verändern.
Mit P ändert man das Rechteck.
Beobachte zunächst ein gleichschenkliges Dreieck.(45°)
Dann verallgemeinere.
Notiere deine Beobachtungen.

2.Fall: nichtgleichschenkliges Dreieck

Einem Dreieck wird ein Rechteck einbeschrieben.
Welches Rechteck hat maximale Fläche?

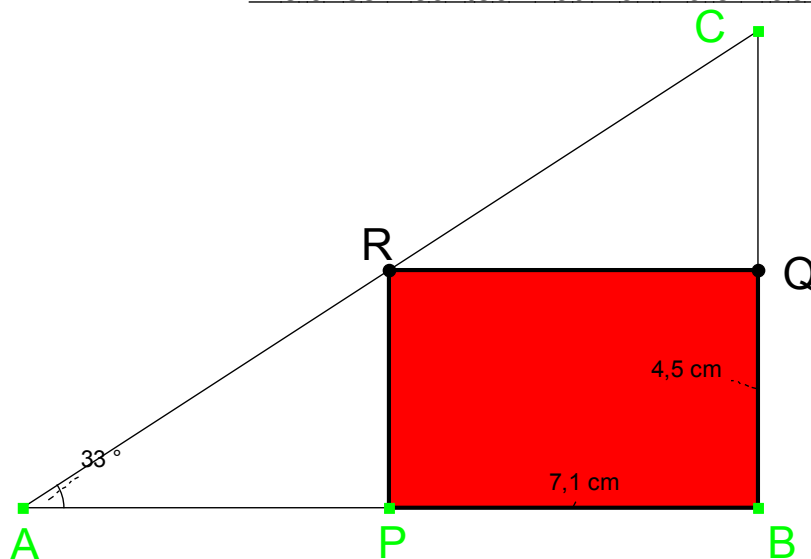


An den Punkten A, B, C kann man das Dreieck verändern.
Mit P ändert man das Rechteck.
Beobachte zunächst ein gleichschenkliges Dreieck. (45°)
Dann verallgemeinere.
Notiere deine Beobachtungen.

FLÄCHE
30,26

Mitte optimal?

Einem Dreieck wird ein Rechteck einbeschrieben.
Welches Rechteck hat maximale Fläche?

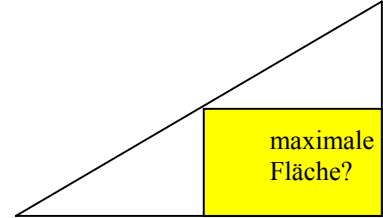
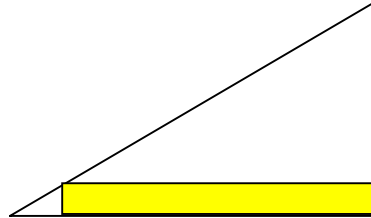


An den Punkten A, B, C kann man das Dreieck verändern.
Mit P ändert man das Rechteck.
Beobachte zunächst ein gleichschenkliges Dreieck. (45°)
Dann verallgemeinere.
Notiere deine Beobachtungen.

Schülerarbeitsblatt

Aufgabe zur Optimierung des einbeschriebenen Rechtecks:

Du hast mit dem Dynageo-Arbeitsblatt **Recht-in-Drei.Geo** erkannt, dass das einbeschriebene Rechteck in besonderer Lage die maximale Fläche annimmt.



- Notiere, was dir beim gleichschenkligen rechtwinkligen Dreieck aufgefallen ist.

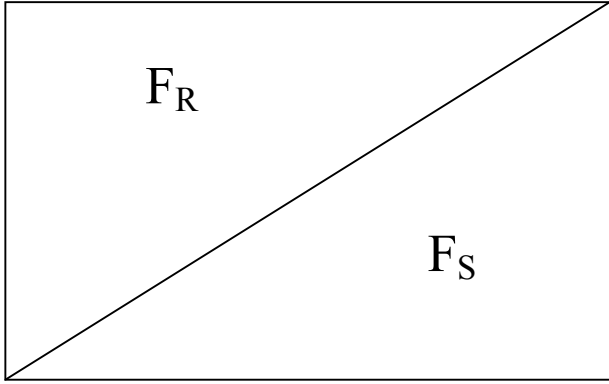
- Formuliere mit deinen Teampartnern einen entsprechenden Satz!

- Wir verlassen den Spezialfall und untersuchen das allgemeinere rechtwinklige Dreieck. Wie wirkt sich die neue Situation auf das Rechteck mit maximaler Fläche aus?
- Formuliere mit deinen Teampartnern einen entsprechenden Satz!

- Den Satz sollt Ihr beweisen.
Die DOMINO-Steine enthalten den Beweis.
Schneidet die DOMINO-Steine auseinander.
Sie sind in einer falschen Reihenfolge gedruckt.
Ihr sollt die DOMINO-Steine in eine sinnvolle und begründete Reihenfolge bringen.
Den Inhalt jedes Steins solltet Ihr verstehen und ihn erklären können.

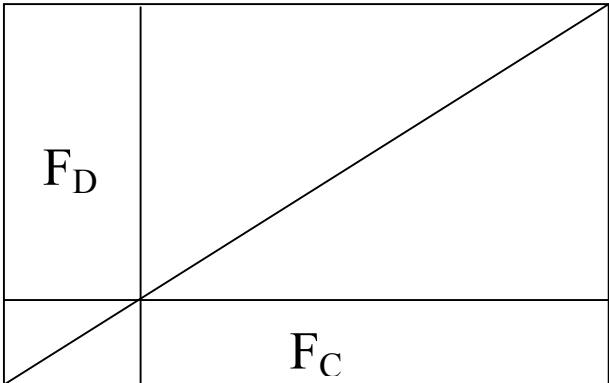
Die richtige Reihenfolge ist

Domino-Steine bitte ausschneiden



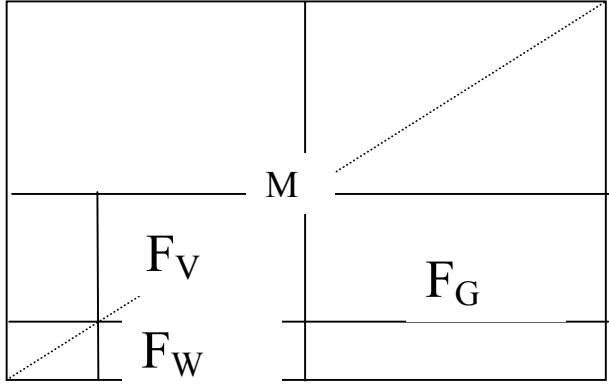
$$F_R = F_S$$

1



$$F_D = F_C$$

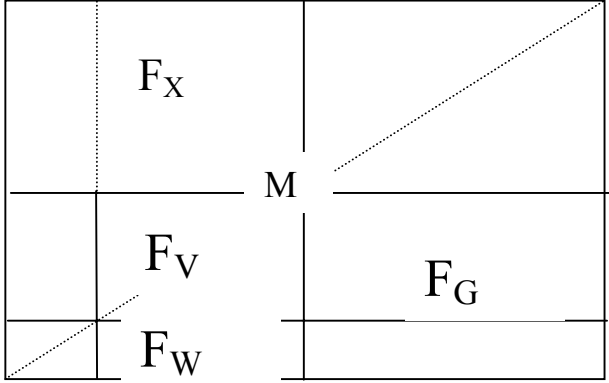
2



M sei Mitte der Diagonale

$$F_G = F_V + F_W$$

3



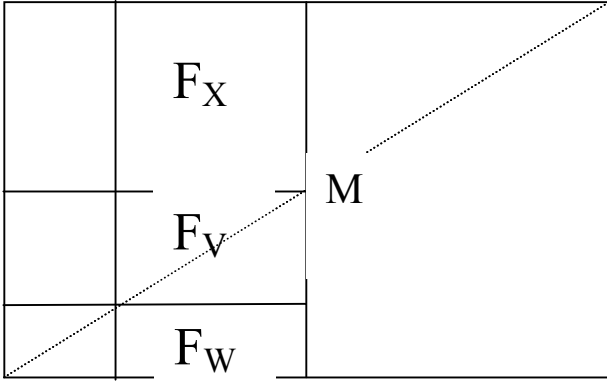
M sei Mitte der Diagonale;
davon unabhängig aber gilt:

$$F_G = F_X$$

4

Domino-Steine bitte ausschneiden

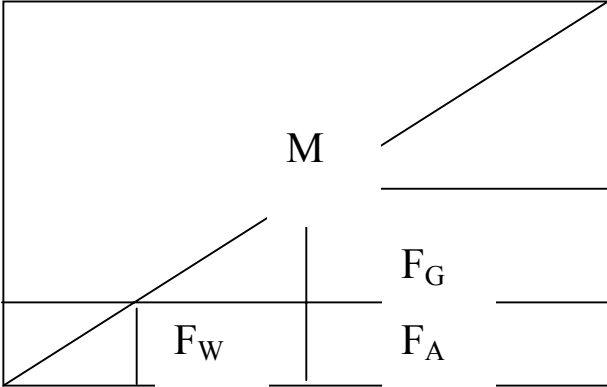
5



M sei Mitte der Diagonale

$$F_X = F_V + F_W$$

6



M sei Mitte der Diagonale

$$F_G + F_A > F_W + F_A$$

7

$F_G + F_A$ ist Mittenrechteck
 $F_W + F_A$ irgendein Rechteck

$F_G + F_A$ ist maximale Fläche

8

$$F_G > F_W$$