

Vermischte Aufgaben zur Zinseszinsrechnung 1 – Lösungen

1. Auf welchen Betrag wachsen 12 000 €, die zu 6,5% 15 Jahre festgelegt werden?

$$K_n = 12000 \cdot 1,065^{15}$$

$$K_n = 30862,09 \text{ €}$$

2. Beim Kauf eines Autos kann man zwischen 2 Zahlungsarten wählen:

a) einmalig und sofort 60 250 €

b) sofort 20 000 €, nach zwei Jahren 10 000 € und nach weiteren 2 Jahren 33 500 €.

Welche Zahlungsart ist günstiger, wenn mit 5% Zinseszins gerechnet wird?

Angebot a) Barwert = 60 250 €

Angebot b) Barwert 1 = 20 000 €

$$\text{Barwert 2} = \frac{10000}{1,05^2} = 9070,29 \text{ €}$$

$$\text{Barwert 3} = \frac{33500}{1,05^4} = 27560,53 \text{ €}$$

$$\text{Gesamtbarwert} = 56 630,82 \text{ €}$$

Angebot b) ist günstiger.

3. Eine Summe von 60 000 € wird festgelegt und wächst auf 90 456 € nach 12 Jahren an.

a) Mit welchem Zinssatz wurde das Geld verzinst?

b) Wie lange muss man warten, bis sich 60 000 € bei 7,5% verdreifacht haben?

$$\text{a) } q = \sqrt[12]{\frac{90456}{60000}} = 1,0348 \Rightarrow p\% \approx 3,5\%$$

$$\text{b) } n = \frac{\lg 3}{\lg 1,075} = 15,19$$

4. 1950 hatte ein Oldtimer Auto 2 700 € gekostet. 1994 werden von einem Liebhaber 45 000 € geboten. Mit welchem Zins hat sich der Wertzuwachs entwickelt?

$$q = \sqrt[44]{\frac{45000}{2700}} = 1,066 \Rightarrow p\% = 6,6\%$$

5. Ein Auto kostet 70 450 € und wird mit 20% pro Jahr degressiv abgeschrieben. Wie groß ist der Wert des Autos nach 5 Jahren?

$$K_n = 70450 \cdot 0,8^5$$

$$K_n = 23085,06 \text{ €}$$

6. Auf welche Summe wäre 1 € angewachsen, wenn er bei Christi Geburt bis zum Ende des Jahres 2000 zu 2% auf Zinseszinsen gelegt worden wäre?

$$K_n = 0,01 \cdot 1,02^{2000}$$

$$K_n = 1,586 \cdot 10^{15} \text{ €}$$

7. Ein Mann leiht einem anderen 3 600 € auf 10 Jahre und verlangt dafür einen Schuldschein über 6 502 €. Berechne den Zinssatz.

$$q = \sqrt[10]{\frac{6502}{3600}} = 1,06089 \Rightarrow p\% \approx 6,1\%$$

8. Ein Kapital von 15 670 € steht zu 3,5% auf Zinseszinsen und ist so auf 19 262,40 € angewachsen. Wie lange wurde das Kapital verzinst?

$$n = \frac{\lg K_n - \lg K_0}{\lg q}$$

$$n = 6$$

9. Ein Konfirmand legt seine erhaltenen Geldgeschenke in Höhe von 1 050 € so an, dass er dann über sein Geld verfügen kann, wenn es sich etwa verdoppelt hat. Die Bank gewährt ihm dafür jährlich 6,5 Prozent Zinsen.

a) Wie lange muss der Konfirmand warten?

b) Welchen Zinssatz müsste er dann mit der Bank „aushandeln“, damit er nach weiteren drei Jahren über 2.700 € verfügen kann?

$$a) n = \frac{\lg 2}{\lg 1,065} \approx 11$$

$$b) q = \sqrt[3]{\frac{2700}{2100}} = 1,08738 \Rightarrow p\% \approx 8,74\%$$

10. Ein Kaufmann legt 3 430 € zu 6,5 Prozent Zinseszins an.

a) Welches Guthaben besitzt er nach fünf Jahren, wenn zu Beginn des dritten Jahres eine Sonderzahlung von 1 200 € hinzukommt?

b) Welche Sonderzahlung hätte der Kaufmann nach zwei Jahren leisten müssen, um nach fünf Jahren 7 000 € zu erhalten?

c) Wie viel volle Jahre müsste der Endbetrag von b) noch liegen, bis 9 000 € erreicht wären?

$$a) K_2 = 3430 \cdot 1,065^2 = 3890,39 \text{ €}$$

$$K_2^* = 3890,39 + 1200 = 5090,39 \text{ €}$$

$$K_5 = 5090,39 \cdot 1,065^3 = 6148,94 \text{ €}$$

$$b) \quad 7000 = K_2^{**} \cdot 1,065^5$$

$$K_2^{**} = 5794,94$$

$$5794,94 - 3890,39 = 1904,55 \text{ €}$$

$$c) 9000 = 7000 \cdot 1,065^n$$

$$n = 4$$

11. Eine Frau bringt einen Lottogewinn zur Bank. Sie erhält für ihre 10 520 € jährlich 5,5% Zinsen.

- Auf welchen Betrag ist ihr Gewinn nach sechs Jahren angewachsen?
- Wie lange muss sie vom Zeitpunkt des Lottogewinns warten, bis ihr Guthaben auf 20 000 € angewachsen ist?
- Sie versucht schneller Gewinn zu machen und setzt ihren Lottogewinn an der Börse ein. Doch ihre Aktien fallen. Ihr Kapital vermindert sich in zwei Jahren um 2 500 €. Wie viel Prozent betrug die jährliche Wertminderung?

a) $K_n = K_0 \cdot q^n = 10520 \cdot 1,055^6 = 14505,43 \text{ €}$

Der Lottogewinn ist auf 14505,43 € angewachsen.

b) $n = \frac{\lg K_n - \lg K_0}{\lg q} = \frac{\lg 20000 - \lg 10520}{\lg 1,055} = 12$

Der Lottogewinn muss 12 Jahre verzinst werden.

c) $q = \sqrt[2]{\frac{8020}{10520}} = 0,873$

Der Wertverlust beträgt pro Jahr ca. 12,7%.

12. Wie lange müssen 50 000 € bei einem Zinssatz von 4% ausgeliehen werden, wenn sie auf 80 050 € anwachsen sollen?

$$n = \frac{\lg K_n - \lg K_0}{\lg q} = \frac{\lg 80050 - \lg 50000}{\lg 1,04} = 12$$

Das Geld wächst in 12 Jahren auf 80 050 €.

13. In wie vielen Jahren verdoppelt (verdreifacht) sich ein Kapital, das zu 3% (4%, 5%, 6%) ausgeliehen ist?

	3%	4%	5%	6%
$K_n = 2 \cdot K_0$	23,5 Jahre	17,67 Jahre	14,21 Jahre	11,9 Jahre
$K_n = 3 \cdot K_0$	37,16 Jahre	28,01 Jahre	22,52 Jahre	18,85 Jahre

In allen Aufgaben wurde die Formel $n = \frac{\lg K_n - \lg K_0}{\lg q}$ angewandt.

14. Ein Lottospieler gewann 16 380 €, die er auf ein Sparkonto einzahlte und für acht Jahre festlegte. Während dieser Zeit wuchs sein Gewinn durch Zinseszins um 13 200 € an.

- Welcher jährliche Zinssatz wurde von der Bank gewährt?
- Welchen Betrag hätte der Lottospieler nach vier Jahren zusätzlich einzahlen müssen, damit er nach acht Jahren über 35 000 € verfügen konnte?
- In welcher Zeit wäre sein Lottogewinn bei 5 Prozent Zinseszins um 50 Prozent gewachsen?

$$a) \quad q = \sqrt[8]{\frac{29580}{16380}} = 1,0767$$

Das Geld wurde mit 7,67% verzinst.

$$b) \quad K_0 = \frac{K_n}{q^n} = \frac{35000}{1,0767^4} = 26042,89$$

Der Lottospieler hätte nach vier Jahren 26042,89 € auf seinem Konto haben müssen, die dann nach 4 weiteren Jahren auf 35000 € angewachsen wären.

Sein Lottogewinn ist in den ersten vier Jahren angewachsen auf:

$$K_n = K_0 \cdot q^n = 16380 \cdot 1,0767^4 = 22013,69 \text{ €}$$

Er hätte den Differenzbetrag, also 4029,20 €, einzahlen müssen.

$$c) \quad n = \frac{\lg K_n - \lg K_0}{\lg q} = \frac{\lg 24570 - \lg 16380}{\lg 1,0767} = 5,49$$

Im 6. Jahr wäre der Lottogewinn um 50% angewachsen.

15. Ein Sparer legt 15 000 € für drei Jahre auf 5,5 Prozent Zinseszins fest. Nach Ablauf der drei Jahre bietet ihm die Bank einen Zinssatz von 6,25% für weitere drei Jahre. Der Sparer nimmt das Angebot an und stockt gleichzeitig sein angespartes Guthaben um 7 386,38 € auf.

- Welches Endkapital steht dem Sparer nach den sechs Jahren zur Verfügung?
- Wie viele Zinsen hat er in den sechs Jahren insgesamt bekommen?
- Welcher Verzinsung entspräche es, wenn er vor sechs Jahren beide Beträge eingezahlt hätte und dafür zusammen 5 000 € an Zinseszins erhalten hätte?

$$a) \quad K_3 = K_0 \cdot q^3 = 15000 \cdot 1,055^3 = 17613,62 \text{ €}$$

$$K_6 = (K_3 + 7386,38) \cdot 1,0625^3 = 29986,57 \text{ €}$$

$$b) \quad z = K_6 - 15000 = 14986,57 \text{ €}$$

$$c) \quad q = \sqrt[6]{\frac{27386,38}{22386,38}} = 1,0342$$

Der Zinssatz wäre 3,42%